Kompletterande övningsuppgifter till ALA-a

Elementär algebra

1. Skriv som bråk a) $\frac{2}{3}+\frac{4}{5}$ b) $\frac{5}{3}-\frac{2}{7}$ c) $\frac{2-\frac{7}{5}}{3}$ d) $\frac{5}{4/3}$ e) $3\frac{2}{5}$

2. Förenkla så långt som möjligt a) $(1+2x+x^2)(1+x)$ b) $2(y+1)-2+(x-2)(y+1)-x$ c) $(1+x)(1-y)+(1-x)(1-y)+2y$ d) $(1-x)(1+x+x^2+x^3)$

3. Förenkla så långt som möjligt a) $(x^2-1)/(x-1)$ b) $\bar{x}^2+2\bar{x}(x-\bar{x})+(x-\bar{x})^2$ c) $\frac{1}{\bar{x}}+(-\frac{1}{\bar{x}^2})(x-\bar{x})+\frac{1}{x\bar{x}^2}(x-\bar{x})^2$ d) $\sqrt{\bar{x}}+\frac{1}{2\sqrt{\bar{x}}}(x-\bar{x})-\frac{1}{2\sqrt{\bar{x}}(\sqrt{x}+\sqrt{\bar{x}})}(x-\bar{x})^2$

Kvadratkomplettering

4. Skriv om på formen $a(x-b)^2+c$ a) $1-2x+x^2$ b) $2x-x^2$ c) $3+3x^2-12x$ d) $\frac{1}{2}x^2+2x-3$

4x. Bestäm minsta värdet av a) $2(x+3)^2-7$ b) $4+3(x-2)^4$ c) $(x-2)(x+3)$

5. Bestäm nollställena för a) x^2-x-6 b) $5x-x^2$ c) $4+7x-2x^2$ d) x^2-x-2 e) $9-6x+x^2$

Faktoruppdelning

6. Faktoruppdela funktionerna i 5.

7. Faktoruppdela a) $x-x^2$ b) x^2-x^4 c) x^2+2x^4

Polynomdivision

8. Bestäm polynom $k(x)$ och $r(x)$ med $\text{grad}(r)<\text{grad}(q)$ sådana att $p(x)=k(x)\,q(x)+r(x)$ för a) $p(x)=x^2+2x-3$, $q(x)=2x-1$ b) $p(x)=x-x^2$,

$q(x) = 2x + 2$ c) $p(x) = 2 - x^2 + x^3$, $q(x) = x^2 - 2x + 2$ d) $p(x) = x^2 + 3$, $q(x) = 3 + x - x^2$

Partialbråksuppdelning

9. Partialbråksuppdela   a) $\frac{2-3x}{(x-2)(x+1)}$ b) $\frac{2x+5}{x^3-2x-x^2}$ c) $\frac{5x^3+x-2}{3+2x-x^2}$ d) $\frac{x^2-2x+5}{x+2x^3}$

Bisektion

10. Beräkna med bisektion de två lösningarna till   a) $2 - 3x + x^2 = 0$ samtliga lösningar till   b) $2x - x^2 + 1 = 0$ c) $x - 1 + x^3 = 0$

Fixpunktsiteration

11. Beräkna med fixpunktsiteration lösningen till   a) $x/2 - 2 = x$ b) $2x - 1 = x$ (tips: skriv om ekvationen på formen $x = (x+1)/2$)   c) $x^3 + 2x - 4 = 0$

Svar **med reservation för felräkningar**

1. a) 22/15   b) $-11/21$ c) 1/5   d) 15/4   e) 6/5 (eller 17/5 beroende på tolkningen av $3\frac{2}{5}$ som $3 \times \frac{2}{5}$ eller 3 (hela) och 2 femtedelar.)
2. a) $(1+x)^3$ b) xy c) 2   d) $1 - x^5$
3. a) $x + 1$ b) x^2 c) $1/x$ d) $\sqrt{x}$
4. a) $(x-1)^2$ b) $-(x-1)^2 + 1$ c) $3(x-2)^2 - 9$ d) $\frac{1}{2}(x+2)^2 - 5$
4x. a) -7 b) 4   c) $-25/4$
5. a) $x = -2, x = 3$ b) $x = 0, x = 5$ c) $x = -1/2, x = 4$ d) $x = -1$, $x = 2$ e) $x = 3$ (dubbelt)
6.a) $(x+2)(x-3)$ b) $x(5-x)$ c) $(4-x)(2x+1)$ d) $(x-2)(x+1)$ e) $(3-x)^2$
7. a) $x(1-x)$ b) $x^2(1-x)(1+x)$ c) $x^2(1+2x^2)$
8. a) $k(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$, $r(x) =$ b) x c) x
9. a) $\frac{-4/3}{x-2} + \frac{-1/3}{x+1}$ b) $\frac{-1}{x+1} + \frac{3}{x-2}$ c) $-5x - 10 + \frac{-34}{x-3} + \frac{-2}{x+1}$ d) $\frac{5}{x} + \frac{-2-9x}{1+2x^2}$
10. a) $x = 1, x = 2$ b) $x = -0.41421356$, $x = 2.41421356$ c) $x = 0.68232781$
11. a) $x = -4$ b) $x = 1$ c) $x = 1.1795$