Matematik Chalmers

Tentamen i Tillämpad matematik K2, tma681, onsdagen den 29 augusti 2001 kl 14.15-18.15

Hjälpmedel: Beta, Physics Handbook. Kalkylator ej tillåten.

Telefonvakt: Robert Berman, tel. 0740-459022

1. (10p) Undersök funktionen

$$f(x,y) = x^4 + y^4 - 4xy + 8$$

m.a.p. stationära punkter.

2. (10p) Tankreaktorn. Visa att massbalansekvationen

$$V\frac{dc}{dt} = q(c_f - c) - ckV$$

via införandet av variablerna $\tau = V/q_{\text{ref}}$, $s = t/\tau$, $X = c/c_f$ och $U = q/q_{\text{ref}}$ transformerar sig till

$$\frac{dX}{ds} = -(k\tau + U)X + U.$$

Bestäm $X(s)$ då $U = 0$. Bestäm $X(s)$ då $U = \bar{U}$ är konstant. Visa att lösningen i detta fall går mot ett stationärt tillstånd $X(s) \to \bar{X}$ då $s \to \infty$? Bestäm $\bar{X}$. Vad betyder detta fysikaliskt? Hur ska $\bar{U}$ väljas för att $\bar{X}$ ska bli 0.5?

3. (10p) Katalysatorn.

   (a) Definiera effektivitetsfaktorn η dels med ord, dels med en matematisk formel. Ange även en formel på dimensionslös form.

   (b) Katalysatorn i platt geometri med konstanta koefficienter för reaktionshastighet och diffusion beskrivs på dimensionslös form av

$$\frac{d^2u(r)}{dr^2} = \phi^2 u(r),\ -1 < r < 1$$

$$u(-1) = u(1) = 1.$$

   Lös detta randvärdesproblem och beräkna η.

   (c) Förklara dels i ord, dels med en matematisk formel, vad som menas med förgiftning av katalysatorn.

4. (10p) Bestäm Fourierserien till den funktion $f(t)$ som är periodisk med perioden 2π och sådan att $f(t) = \cos(at)$ då $|t| < \pi$, där a är något reellt tal.

   Visa med hjälp av denna Fourierserie att då x ej är en heltalsmultipel av π gäller att

$$\frac{1}{\sin x} = \frac{1}{x} + 2x\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{x^2 - n^2\pi^2}.$$

5. (10p) Bestäm baser för nollrum och kolonnrum till matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \\ -1 & -1 & 6 & -9 \end{bmatrix}.$$

/Johan Jonasson