Matematik Chalmers

Tentamen i TMA681 Tillämpad matematik K, 2000–01–14

Telefon: Greger Cronquist, 0740–459022

Hjälpmedel: Beta, Physics Handbook. Kalkylator ej tillåten.

---

1. (a) Vilken typ av kurva bestäms av ekvationen

$$19x^2 + 11y^2 - 6xy = 1?$$

Rita kurvan. Vilka punkter på kurvan ligger närmast origo?

(b) Vilket är det minsta värde funktionen $f(x,y) = 19x^2 + 11y^2 - 6xy$ antar på enhetscirkeln $x^2 + y^2 = 1$? I vilka punkter antas detta värde?

2. Balansekvationerna för massa Vc `[mol]` och värmeenergi $\rho c_p VT$ `[J]` för en tankreaktor är

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(Vc) &= q(c_f - c) - Vck_0 \exp(-E/(RT)), \\ \frac{d}{dt}(\rho c_p VT) &= \rho c_p q(T_f - T) + (-\Delta H)Vck_0 \exp(-E/(RT)) - \kappa A(T - T_K). \end{aligned} \tag{1}$$

(a) Inför nya variabler $X_1 = (c_f - c)/c_f$ (omsättningsgraden), $X_2 = (T - T_f)/T_f$, $U_1 = q/q_f$, $U_2 = (T_K - T_f)/T_f$, där c_f, T_f, q_f är (lämpligt valda) konstanter. Visa hur systemet (1) kan skrivas på dimensionslös form

$$\begin{aligned} \frac{dX_1}{ds} &= -U_1X_1 + (1 - X_1)f(X_2), \\ \frac{dX_2}{ds} &= -U_1X_2 + \alpha(1 - X_1)f(X_2) - \beta(X_2 - U_2), \end{aligned}$$

där $f(X_2) = \delta \exp(\gamma X_2/(1 + X_2))$, $\gamma = E/(RT_f)$. Vad är α, β, δ?

(b) Antag att vi har bestämt ett jämviktsläge $\bar{X}, \bar{U}$. Linjärisera kring $\bar{X}, \bar{U}$. Skriv ned det linjäriserade systemet.

(c) Hur kan man bestämma stabiliteten hos jämviktsläget $\bar{X}, \bar{U}$?

3. (a) Lös randvärdesproblemet

$$\begin{aligned} -c''(x) &= -\phi^2 c(x), \quad 0 < x < 1, \\ c'(0) &= 0, \ c'(1) + \nu\big(c(1) - 1\big) = 0, \end{aligned}$$

där ϕ, ν är konstanter.

(b) Beräkna kvantiteten $\eta = \int_0^1 c(x)\,dx$.

(c) Ange en kemiteknisk tolkning av differentialekvationen, randvillkoren och kvantiteten η.

4. Bestäm alla stationära lösningar till systemet

$$\begin{aligned} X_1' &= 1 + X_1 - X_1X_2, \\ X_2' &= -4 + X_2 + X_1X_2. \end{aligned}$$

Linjärisera kring de stationära lösningarna och undersök de linjäriserade systemens stabilitet.

Kontrollfrågor på inlämningsuppgifter.

5. (2.5 p) Hur bestämde vi talet β i inlämningsuppgift 1? (Se beteckningar i tentamensuppgift 2.)

6. (2.5 p) Vad handlar inlämningsuppgift 2 om?

`/stig`