MATEMATISKA INSTITUTIONEN CTH och GU

Tentamen Tillämpad Matematik TMA990 Kb2 001216

.

Provet består av tre uppgifter. Varje uppgift ger maximalt 10 p. För godkänt krävs 10p.
Betygsgränser: 3: 10-16, 4: 17-23, 5: 24-30.
Dina lösningar skall vara välskrivna och lätta att följa.
Telefonvakt: Rickard Bergström 0740-459022.

.

1. Låt oss betrakta värmeledningsekvationen

$$\begin{cases} u_t = \kappa u_{xx}, \quad -\infty < x < \infty, \quad t > 0, \\ u(x,0) = f(x), \end{cases}$$

där κ är en reell-värd konstant (värmekonduktiviteten) och $f(x)$ en given funktion (begynnelsetemperaturen).

(a) Bestäm den allmänna lösningen $u = u(x,t)$. (6)

(b) Bestäm lösningen $u = u(x,t)$ för $f(x) = \delta(x)$. (4)

2. Responsen från en dämpad harmonisk oscillator som utsätts för en enhetspuls vid tiden $t = 1$ beskrivs av differentialekvationen

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = \delta(t-1), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

Bestäm responsen. Detta problem kan tänkas beskriva tillståndet hos en student som en sekund efter att ha sett tentan känner det hela som ett hammarslag i huvudet. Lyckligtvis är förloppet snabbt övergående. Julbonus utdelas till den som kompletterar lösningen med en graf för $y(t)$. (10)

3. (a) Lös värmeledningsekvationen

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + au, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0, \\ u(0,t) = u(\pi,t) = 0, \\ u(x,0) = \pi x, \end{cases}$$

där a är en reell-värd konstant. (8)

(b) För vilka värden på a gäller att $u(x,t) \to 0$ då $t \to +\infty$? (2)

. GOD JUL önskar Nils o Rickard !!