MATEMATISKA INSTITUTIONEN CTH och GU

Tentamen Flervariabelanalys TMA750 Kb1/Kf1 000304
(nya kursen inskrivna ht-99)

.
Provet består av totalt fem (5) uppgifter. Varje uppgift ger maximalt 10p. Betygsgränser: 3: 30p, 4: 37p, 5: 44p. Godkända inlämningsuppgifter ger bonus 10p. Dessa får utnyttjas endast vid detta tentamenstillfälle. Det krävs att lösningarna är välskrivna med ordentliga motiveringar. Slarvigt skrivna lösningar kan ge poängavdrag.
Hjälpmedel: Inga
Telefonvakt: Robert Bohlin 0740-459022.

1. (a) Visa att för $u : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ gäller

$$\int_Q \frac{\partial u}{\partial x_i} dx = \int_\Gamma u\; n_i ds,\; i = 1,\; 2,$$

där $Q = [0,1] \times [0,1]$ med rand Γ och utåtriktad enhetsnormal $n = (n_1, n_2)$ i planet.

(b) Generalisera resultatet i (a) till ett godtyckligt begränsat område Ω med rand Γ och utåtriktad enhetsnormal $n = (n_1, n_2)$ i planet.

(c) Visa med hjälp av resultatet i (b) att för $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ gäller

$$\int_\Omega \text{div } F dx = \int_\Gamma F \cdot n\; ds.$$

.

2. Bestäm största och minsta värde till $f(x_1, x_2) = x_1^3 - 3x_1x_2 + x_2^3$ på området $D :\; 0 \leq x_1 \leq 4,\; 0 \leq x_2 \leq 2x_1$.

3. Beräkna arean av sadelytan $x_3 = x_1^2 - x_2^2$ för $x_1^2 + x_2^2 \leq 1$.

4. Låt $F : \mathbf{R^2} \to \mathbf{R^2}$ definieras av $F(x) = -x/\|x\|^3$ och låt Γ vara en kurva i $\mathbf{R^2}$ som börjar i (4,0) och slutar i (0,1) och som ej passerar genom origo. Visa att integralen

$$I = \int_\Gamma F \cdot ds$$

är entydigt bestämd oberoende av val av Γ och beräkna I.

5. Beskriv ett moment ur Flervariabelanalyskursen som du funnit speciellt intressant och motivera varför, gärna med ett exempel.