Matematik Chalmers

Övningstentamen 4 i TMA196 Analys och linjär algebra K Kf Kb, del B, 2001

Telefon: Stig Larsson, 772 35 43
Inga hjälpmedel. Kalkylator ej tillåten.

Tentamen 2001 kommer att bestå av 8 uppgifter.

För exempel på de tre sista, se gamla tentor. På dessa ska du ge fullständiga och välformulerade lösningar.

Uppgift 1–5 är en ny typ av uppgift som jag inte (direkt) använt tidigare. De är korta, enkla frågor på det grundläggande materialet som alla måste behärska. De är (nästan) direkt hämtade från de "obligatoriska" inlämningsuppgifterna (pärmen). De avser att kontrollera att du har förstått och kommer ihåg dessa. Här ska du ge **endast svar** och jag kräver att (nästan) alla svar ska vara rätt för att tentamen ska vara godkänd. Betyget bestäms sedan av totalpoängen och helhetsintryck av pärmen.

(Observera typen av uppgifterna, antalet deluppgifter är inte genomtänkt. Det blir nog färre på den riktiga tentan.)

1. Lös följande begynnelsevärdesproblem. Ge även MATLAB-funktion och MATLAB-kommando för lösning med `my_ode`. (Ge endast svar!)

(a) $u' = -3u,\ t \in [0, 3], \quad u(0) = 2$

(b) $u' = u^2,\ t \in [0, 3], \quad u(0) = 2$

(c) Ange två *linjära* differentialekvationer som förekommit i kursen. I vilket sammanhang?

(d) Ange två *icke-linjära* differentialekvationer som förekommit i kursen. I vilket sammanhang?

2.

(a) Beräkna $\int_0^x t^2 e^t \, dt$

(b) Beräkna $\int_0^t \frac{1}{x-5} \, dx$

(c) Beräkna $\int_1^x y^2 \log(y) \, dy$

3. Funktionen `my_int.m` är skriven enligt följande specifikation:

```
function [x,u]=my_int(f,I,ua,h)
% my_int - solves the initial value problem u'(x)=f(x), u(a)=ua
%
%   Syntax:
%           [x,u]=my_int(f,I,ua,h)
%   Arguments:
%           f   - string containing the name of a function file,
%                 for example, f='funk'
%           I   - 1x2 matrix, specifying an interval I=[a b]
%           ua  - real number, the  initial value
%           h   - positive number, the stepsize
%   Returns:
%           x -  a vector, the set of nodes x(i)
%           u -  a vector, u(i) is the approximate solution at
%                the point x(i)
%   Description:
%           The program computes an approximate solution of the initial
%           value problem  u'(x)=f(x), a<x<b; u(a)=ua, according to
%           the algorithm in the Fundamental Theorem of Calculus.
%           The function, whose name is contained in f, must return
%           the function values y=f(x).  For example, if  f='funk',
%           then the file funk.m must begin with "function y=funk(x)".
%           The program uses constant stepsize h.
%
```

(a) Följande kommandon innehåller ett fel. Rätta det!

```
I=[0, pi/2];
u0=[0 1];
[x,u]=my_int('cos', I, u0, 1e-3);
```

(b) Vad blir `u(length(u))` om man exekverar dessa kommandon efter rättelsen.

(c) Ange MATLAB-funktion och MATLAB-kommando för beräkning av $\log(x)$ för $x \in [1, 6]$.

(d) Hitta på en annan integral att prova programmet på. Ange både analytisk lösning och MATLAB-funktion och MATLAB-kommando.

(e) Vad menas med att rektangelregeln konvergerar linjärt medan mittpunktsmetoden konvergerar kvadratiskt?

4. (a) Låt $f(x) = Ax$, där A är en $m \times n$ matris. Visa att f är en linjär funktion.

(b) Vad menas med värderummet $R(A)$ till $f(x) = Ax$.

(c) Vad menas med nollrummet $N(A)$ till $f(x) = Ax$.

(d) Låt $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \\ -10 & 5 \end{bmatrix}$. Bestäm en bas för $N(A)$.

5. (a) Ange definierande begynnelsevärdesproblem för funktionen $\exp(x)$.

(b) Ange den algoritm som konstruerar $\exp(x)$.

(c) Beräkna Jacobimatrisen av $f(x) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 + x_1 \\ 1 + x_1 e^{x_2} \end{bmatrix}$ i $\bar{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. Skriv ned linjäriseringen av f i denna punkt.

(d) Ange Taylors polynom av grad 5 i $\bar{x} = 0$ för funktionen $\sin(x)$.

(e) Vad handlar ditt tillämpningsprojekt om? (Kortfattat svar.)

2001-12-10 /stig