Matematik Chalmers

Övningstentamen 1 i TMA195 Analys och linär algebra Kf Kb, del B, 2000

Telefon: Stig Larsson, 772 35 43
Inga hjälpmedel. Kalkylator ej tillåten.

Varje uppgift är värd 10 poäng, totalt 50 poäng. (Detta är en övningstentamen avsedd att visa ungefär hur den riktiga tentamen kommer att se ut. Jag har plockat ut typiska uppgifter från kursmaterialet, svårighetsgraden är nog inte exakt den rätta.)

1. (a) Beräkna $\int_0^x (t^3+t)e^{-t^2}\,dt$.
(b) Beräkna $\int_{-1}^1 \sin(t)e^{-t^2}\,dt$.
(c) Beräkna $\int_1^x \log(t)\,dt$.
(d) Lös $u'+3u=0, u(0)=u_0$.
(e) Lös $u'=u^2, u(0)=u_0$.

2. Matlab. Låt

```
A=[1 2 3; 0 4 5; 0 0 6],  x=[1;1;1],  y=[1;2;3]
```

Vilka resultat ger följande matlab-kommandon:

```
A*x
A'*A
x*A
det(A)
x'*y
x*y
```

3. (a) Låt $f(x)=Ax$, där A är en $m\times n$ matris. Visa att f är en linjär funktion.
(b) Vad menas med värderummet $R(A)$ till $f(x)=Ax$.
(c) Vad menas med nollrummet $N(A)$ till $f(x)=Ax$.
(d) Låt $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & 3\\ -10 & 5\end{bmatrix}$. Bestäm en bas för $R(A)$.
(e) Bestäm en ON-bas för $R(A)$ genom att ortogonalisera basen i (d) med Gram-Schmidts process.

4. (a) Write the system

$$\begin{aligned} u_1'(t) &= u_2(t)\big(1-u_1(t)^2\big),\\ u_2'(t) &= 2-u_1(t)u_2(t) \end{aligned}$$

in the form $u'=f(u)$. Find the stationary points, i.e., solve the equation $f(u)=0$.
(b) Compute the Jacobian matrix $DF(u)$. Linearize the system at each stationary point $\bar{u}$, i.e., write down the linearized system $v'=Df(\bar{u})v$. Solve this system.
(c) Perform the first step of Newton's method for the equation $f(u)=0$ with initial vector $u^{(0)}=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$.

5. (a) Redogör för de olika stegen i konstruktionen av funktionen $\exp(x)$ för $x\geq 0$.
(b) Hur definieras $\exp(x)$ för $x\leq 0$?
(c) Bevisa $D\exp(x)=\exp(x)$.
(d) Bevisa $\exp(a+b)=\exp(a)\exp(b)$.
(e) Beskriv ett matlab-program för approximativ beräkning av $\exp(x)$ (dvs programmet `my-exp.m`).

/stig